Carpeta de Matemática 2
Nueva edición
ampliada y actualizada

CUADERNILLO 2

Nueva carpeta de Matemática V

Ruth Schaposchnik (coord.)
Carlos Abdala - Mónica Real - Claudio Turano

Alumno/a

Curso

2. Funciones cuadráticas 3
Revisión inicial 4
El modelo cuadrático 5
La función cuadrática 7
Ecuaciones cuadráticas 9
Resolución de ecuaciones cuadráticas completas 11
Construcción de la gráfica de una función cuadrática 13
El discriminante 14
Forma factorizada y canónica de la función cuadrática 15
Relaciones entre las raíces y los coeficientes 16
Problemas con máximos y mínimos 17
Crecimiento y decrecimiento 18
Intervalos de positividad e intervalos de negatividad 19
Sistemas mixtos de dos ecuaciones 20
Sistemas de dos ecuaciones cuadráticas 21
Recta tangente a una parábola 22
Inecuaciones cuadráticas 24
En el mundo real 25
Libre competencia de mercado 25
El cine y las persecuciones 26
Más actividades 27
Autoevaluación 30

AIQUE

Este CUADERNILLO 2 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática V.
No puede venderse por separado.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Teresita Valdettaro

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Gustavo Zorzoli

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Mercedes Seara

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Constanza Di Gregorio - Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Constanza Di Gregorio - Silvana López

ILUSTRACIONES
Diego Molina
Estudio DOBLEVUELO (aperturas)

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.
Valentín Gómez 3530 (C1191AAP)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
ISBN 978-987-06-0077-0
Primera edición

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Turano, Claudio
Nueva carpeta de matemática V / Claudio Turano ; Carlos Abdala ; Mónica Real ; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2007.
160 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0077-0

1. Matemática. I. Abdala, Carlos II. Real, Mónica III. Schaposchnik, Ruth, coord. IV. Título
CDD 372.7

Esta edición se terminó de imprimir en febrero de 2007 en Latingráfica. Rocamora 4161, Ciudad de Buenos Aires.

2 FUNCIONES CUADRÁTICAS

Las *funciones cuadráticas* permiten describir innumerables fenómenos relacionados con distintas ciencias, como la Biología, la Física, la Economía y la Astronomía.

Las ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas eran conocidas ya en la Antigüedad. Desde entonces, los matemáticos desarrollaron curiosos métodos para su resolución, basados en procedimientos geométricos. En la actualidad, gracias al desarrollo del lenguaje simbólico, utilizamos métodos sustentados algebraicamente que resultan más convenientes. Las formas descriptas por las *funciones cuadráticas* se observan en muchas situaciones cotidianas, como la que ven en la imagen.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

REVISIÓN INICIAL

1 Resuelvan las siguientes potencias.

a) $(-4)^2 =$ g) $-(-6)^3 =$

b) $-5^4 =$ h) $-4^3 =$

c) $3^6 =$ i) $10^{-4} =$

d) $0{,}5^{-1} =$ j) $(-10)^5 =$

e) $-(-7)^2 =$ k) $-(-1)^{32} =$

f) $8^{-2} =$ l) $-1^{40} =$

2 Indiquen V (verdadero) o F (falso) en cada una de las siguientes igualdades.

a) $(3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$

b) $(5 \cdot 3)^2 = 5^2 \cdot 3^2$

c) $4^5 : 4^3 = 4^{5-3}$

d) $(-2^3)^5 = (-2)^8$

3 Resuelvan, cuando sea posible, las siguientes ecuaciones.

a) $5x^2 - 13 = 7$

b) $2x^4 - 5 = 27$

c) $(x + 3)(x - 3) = (-4)^2$

d) $3x - 2 = x(3 - 8x)$

e) $x(x^2 + 2) = 2x - 8$

f) $(3x - 4)^2 = 9x(x + 2)$

4 Hallen el valor de cada expresión para los valores de la variable que se indican, como en el ejemplo.

$P(x) = 3x^2 - x + 5$

$P(-2) = 3(-2)^2 - (-2) + 5 = 19$

a) $Q(x) = x \cdot (7 - x)$

$Q(-3) =$ .....

b) $R(x) = 2 - 3x - x^2$

$R(5) =$ .....

c) $S(x) = 4x + x^2 - 6$

$S(0{,}5) =$ .....

d) $T(x) = x^2 - 7 + 5x$

$T(-4) =$ .....

5 Unan con flechas las expresiones equivalentes.

$a^2 + b^2 + 2ab$	$(a + b)a$
$a^2 + b^2 - 2ab$	$(a + b)^2$
$b^2 - ab$	$(a - b)^2$
$a^2 - b^2$	$(a + b)(a - b)$
$a^2 + ab$	$(a - b)b$

6 Resuelvan las siguientes situaciones.

a) El área de un cuadrado es de 64 cm^2. ¿Cuál es la longitud de un lado?

.....

b) Un cartel luminoso de forma triangular tiene una superficie de 6 m^2, y la longitud de su base es el triple de la longitud de su altura. Calculen cuánto miden la base y la altura.

.....

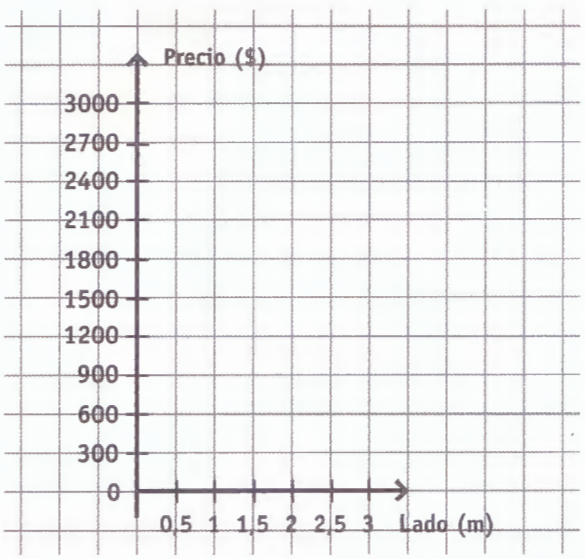
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

El modelo cuadrático

7 Suave Confort es una empresa de decoración, con gran prestigio y muchos años de experiencia en el rubro, que decidió abrir su taller de confección artesanal de tapices. Confeccionan una serie de nuevos tapices cuadrados que miden entre 1 y 3 m de lado, con diseños exclusivos y a pedido. El precio del tapiz se calcula en $300 por metro cuadrado.

a) Teniendo en cuenta que l es el lado del tapiz y P su precio, completen la siguiente tabla de valores.

Lado (m) l	Precio ($) $P(l)$
1	
1,5	
2	
2,5	
3	



b) Representen los valores que obtuvieron en el gráfico y unan los puntos con una curva.

c) Consideren la función $P(l)$ que asigna, a cada medida del *lado*, el *precio* correspondiente de un tapiz.

I. Escriban la fórmula de $P(l)$.

.....

II. ¿Cuál es la variable independiente?

.....

III. ¿Cuál es la variable dependiente?

.....

IV. Indiquen el dominio y la imagen de la función $P(l)$ en esta situación.

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

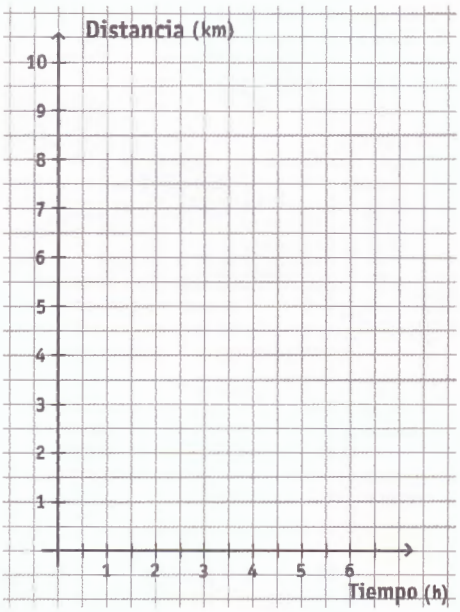
8 Marcelo es repartidor de diarios en Villa Hermosa y excelente ciclista. Para mantener su estado físico y poder competir, debe entrenarse continuamente, por lo que ha decidido efectuar el reparto en bicicleta. Todas las mañanas, va arrojando los diarios uno a uno en las puertas de sus clientes sin detenerse y, así, se entrena mientras trabaja.

La distancia al puesto de diarios d (en kilómetros) a la que se encuentra en cada momento durante su jornada de trabajo está expresada en función del tiempo t (en horas) mediante la siguiente fórmula:

$$d(t) = t(6 - t)$$

a) Completen la siguiente tabla de valores.

Tiempo (h) t	Distancia (km) d
0	
1	
2,5	
3	
4	
5,5	
6	



b) Representen los datos de la tabla en el gráfico y unan los puntos con una curva.

c) Respondan a las siguientes preguntas.

I. ¿Cuántas horas dura el recorrido?

.....

.....

II. ¿Cuántos kilómetros hace diariamente para completar el reparto?

.....

.....

III. Si Marcelo sale a trabajar a las 4:00, ¿a qué hora se encuentra más lejos del puesto y a qué distancia está en ese momento?

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

La función cuadrática

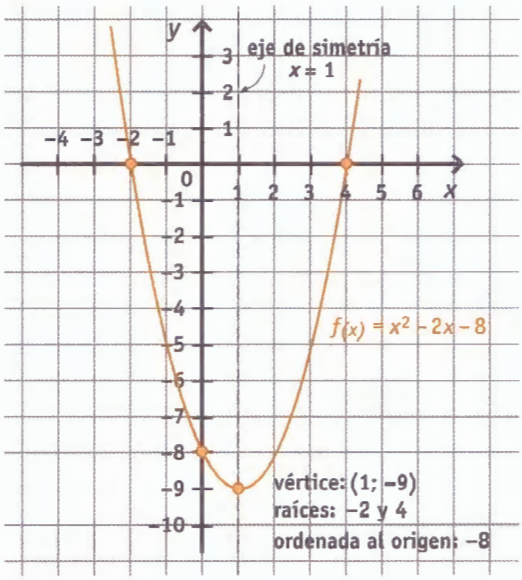
Para leer y recordar

- Llamamos *función cuadrática* a toda función que pueda expresarse de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \qquad (a \neq 0)$$

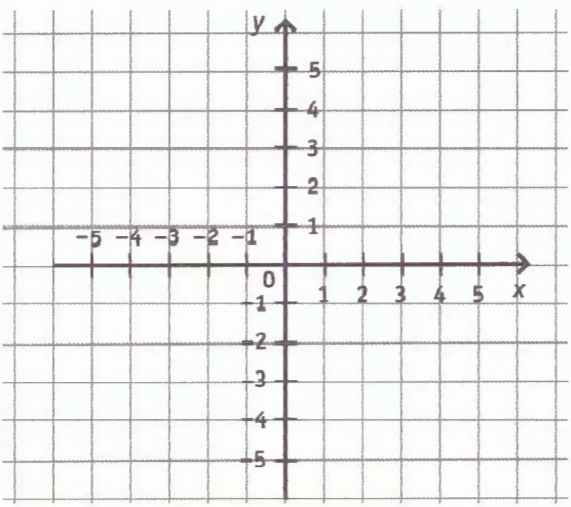
$a \in \mathbb{R} - \{0\}$ → *coeficiente principal o cuadrático*
$b \in \mathbb{R}$ → *coeficiente del término lineal*
$c \in \mathbb{R}$ → *término independiente*

- El *dominio natural* de estas funciones es $\mathbb{R}$, y al representarlas gráficamente, se obtiene una curva llamada *parábola*.
- Cada parábola presenta un *eje de simetría* paralelo al eje *y* de ordenadas, sobre él, y un punto llamado *vértice* en el que la curva pasa de ser creciente a decreciente o viceversa.
- Los *ceros* o *raíces reales* de una función cuadrática son las abscisas de los puntos de contacto entre su gráfica y el eje de las *x*.



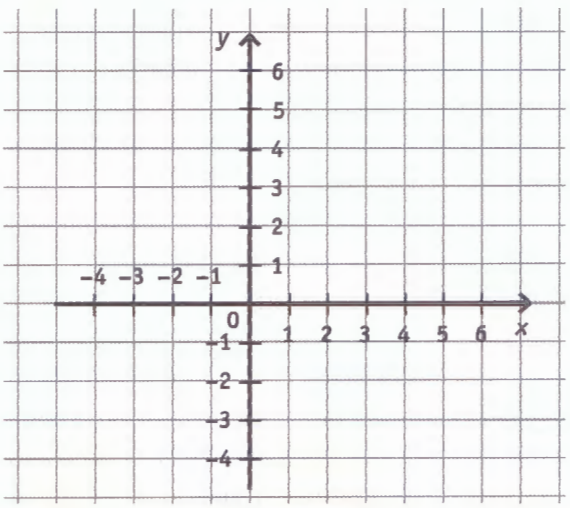
9 Completen la tabla de valores eligiendo adecuadamente los valores para *x*, representen la curva y señalen en el gráfico el vértice y el eje de simetría de cada una de las siguientes funciones cuadráticas.

a) $f(x) = x^2 - 4$



x	0	1					
y							

b) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

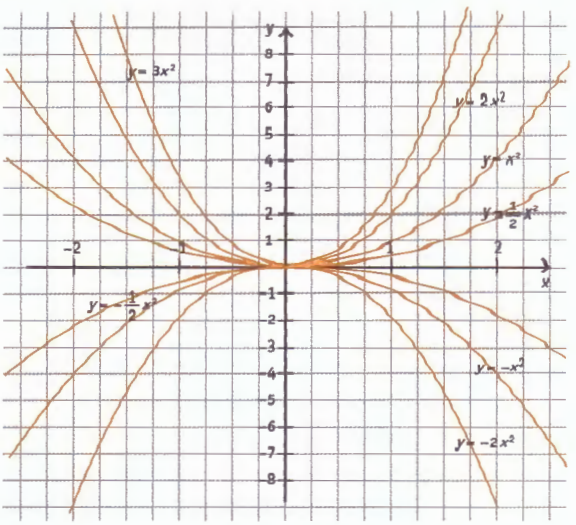


x	–0,5	0					
y							

© Arique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

10 Observen atentamente las gráficas y las fórmulas correspondientes, y completen las siguientes oraciones.

- El *eje de simetría* de todas estas parábolas es la recta de ecuación x=....., que es el eje de ordenadas.
- El *vértice* de cada una de estas parábolas es el punto ..... .
- Cuando a es *positivo*, las ramas de la parábola tienen forma de ..... .
- Cuando a es *negativo*, las ramas de la parábola tienen forma de ..... .
- A medida que el *valor absoluto* de a aumenta, se observa que las curvas .....
..... .

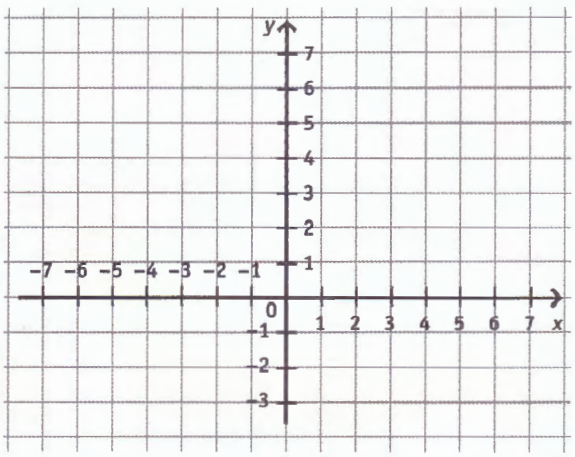


11 Consideren las funciones que aparecen en la tabla.

a) Completen las tablas de valores y representen cada función en el gráfico con distintos colores.

b) Analicen los gráficos y completen las siguientes oraciones.

- La variación del coeficiente c produce un desplazamiento ..... .
- Si c sufre un cambio positivo, la parábola se desplaza hacia .....; si c sufre un cambio negativo, la parábola se desplaza hacia .....
..... .



x	$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2 + 1$	$h(x) = x^2 + 2$	$j(x) = x^2 + 3$	$k(x) = x^2 - 1$	$l(x) = x^2 - 2$	$m(x) = x^2 - 3$
0							
1							
2							
−1							
−2							

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Ecuaciones cuadráticas

Para leer y recordar

- Llamamos *ecuaciones cuadráticas* o *ecuaciones de segundo grado* a las ecuaciones que pueden reducirse a la forma $ax^2 + bx + c = 0$ (con $a \neq 0$).
- Cuando igualamos a cero la fórmula de una función cuadrática para averiguar sus raíces, planteamos una ecuación cuadrática.
- Las *soluciones reales* de esta ecuación, que pueden ser dos, una o ninguna, son los valores buscados.
- Decimos que una ecuación cuadrática es *incompleta* cuando alguno de sus coeficientes b o c, o ambos, son nulos.

Observen cómo podemos resolver algunas ecuaciones cuadráticas incompletas.

$x^2 - 4 = 0$

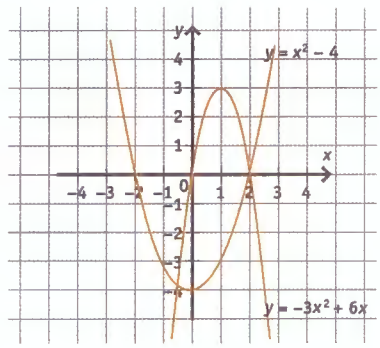
$x^2 = 4$

$|x| = \sqrt{4}$

$|x| = 2$

$x_1 = 2$

$x_2 = -2$



$-3x^2 + 6x = 0$

$x \cdot (-3x + 6) = 0$

$x_1 = 0$ | $-3x + 6 = 0$

$6 = 3x$

$6 : 3 = x$

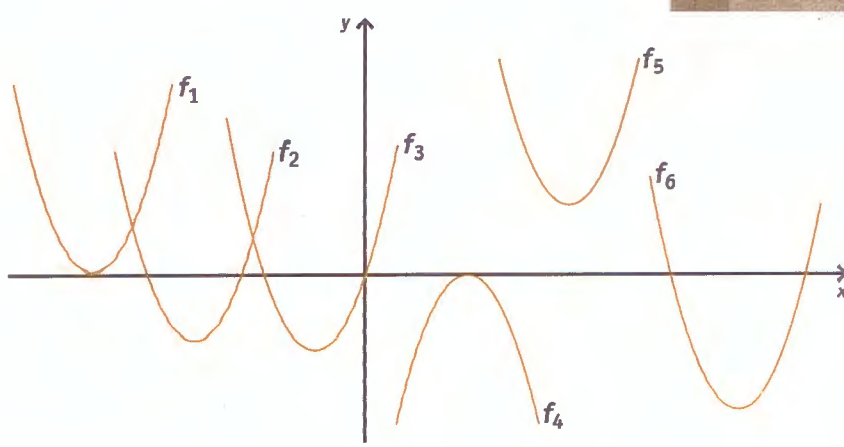
$2 = x_2$

12 Observen la figura y respondan a las siguientes preguntas.

a) ¿Cuáles de las funciones representadas tienen dos ceros?

b) ¿Cuáles tienen un solo punto de contacto con el eje de las x?

c) ¿Cuáles no tienen ningún cero?



13 Resuelvan las siguientes ecuaciones en $\mathbb{R}$, cuando sea posible.

a) $x^2 - 9 = 0$

b) $x^2 + 4 = 0$

c) $1 - x^2 = 0$

d) $3x - x^2 = 3x - 2$

e) $5x - x^2 = 0$

f) $4x^2 + 3x = 0$

g) $x(3x - 2) = x^2 - 5x$

h) $4 - 3x - x^2 = (3x - 2)^2$

i) $x(x + 2) = 2x(x - 1)$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

14 Consideren los prismas de base cuadrada que tienen 1,5 m de altura.

a) Escriban la fórmula de una función que permita calcular el volumen del prisma en metros cúbicos en función de la arista l de la base, en metros. Indiquen su dominio y represéntenla gráficamente.

b) ¿Cuánto mide el perímetro de la base de uno de estos prismas, si su volumen es 0,135 m^3?

15 Juan es artesano y tiene un problema con un cliente por una alfombra que le encargó. El señor García, su cliente, le pidió una alfombra cuadrada de 1,5 m de lado, cuyo precio era $450 ($200 el metro cuadrado), pero luego cambió de opinión y le pidió que hiciera una cuyo lado fuese el doble. García está dispuesto a pagar $900 por la nueva alfombra, pero Juan dice que el precio es el doble de lo que ofrece su cliente. ¿Quién tiene razón? Justifiquen la respuesta.

16 Un jugador de golf, ubicado junto a uno de los orificios del campo, golpea la pelota con intención de lograr un hoyo de 90 m. (Recuerden que un hoyo es la distancia entre dos orificios consecutivos del campo).
La trayectoria de la pelota responde a la función: $h = 0{,}2d\,(1 - 0{,}01d)$, donde h es la altura alcanzada y d es la distancia horizontal recorrida.

a) ¿Podrá la pelota pasar sobre una loma de 3 m de altura que se encuentra en la mitad del hoyo? Justifiquen la respuesta.

b) En caso de hacerlo, ¿cumplirá con el objetivo del golfista? Justifiquen la respuesta.

17 La energía cinética de un móvil se mide en *joules* (un joule es la energía con que se desplaza un cuerpo de un kilogramo a una velocidad de un metro por segundo) y se calcula mediante la fórmula: $E_c = \frac{1}{2}\, m\, v^2$ (donde m es la masa en kilogramos del cuerpo y v la velocidad con que se desplaza en m/seg).
¿Con qué velocidad se desplaza una bala de 10 g de masa que en el momento de ser disparada tiene una energía cinética de 162 joules?

18 En un péndulo, la relación entre su longitud L (en metros) y su período, que es el tiempo T (en segundos) que tarda en completar una oscilación, se puede aproximar mediante la siguiente fórmula $\frac{L}{10} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$.

¿Cuál es el período de un péndulo de 40 cm de longitud?

19 Calculen el área de un rectángulo de 12 cm de base y 13 cm de diagonal.

20 Calculen el perímetro de un rombo si sus diagonales miden, respectivamente, 16 cm y 12 cm.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Resolución de ecuaciones cuadráticas completas

Para leer y recordar

Las soluciones x_1 y x_2 de cualquier *ecuación cuadrática*, una vez reducida a la forma $ax^2 + bx + c = 0$ *(con* $a \neq 0$*)*, se pueden obtener mediante la siguiente fórmula, conocida como *fórmula resolvente:*

$$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \,.\, a \,.\, c}}{2 \,.\, a}$$

Observen un ejemplo de cómo se aplica.

$$3x^2 + 2x - 5 = 0 \qquad a = 3;\ b = 2;\ c = -5$$

$$x_1; x_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \,.\, 3 \,.\, (-5)}}{2 \,.\, 3} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{-2 \pm 8}{6}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 8}{6} = \frac{6}{6} = 1 \qquad x_2 = \frac{-2 - 8}{6} = \frac{-10}{6} = \frac{-5}{3}$$

21 Resuelvan las siguientes ecuaciones cuadráticas.

a) $2x^2 - 12x + 10 = 0$

.....

b) $-0{,}5x^2 - 3x = 4{,}5$

.....

c) $x^2 + 4x + 1 = 7 - x^2$

.....

d) $x(x + 2) = -1$

.....

e) $8x + 26 = x^2 - 7$

.....

f) $x^2 - 4x = 5$

.....

22 Observen la figura. Sabiendo que la imagen ocupa un área de 1350 cm², calculen el ancho x del marco.

55 cm

40 cm

.....

.....

.....

.....

23 Sobre la esquina de un terreno rectangular que tiene 50 m más de fondo que de frente, se construye una casa de 15 m por 30 m. Si queda libre una superficie de 4550 m², calculen la medida del frente del terreno.

.....

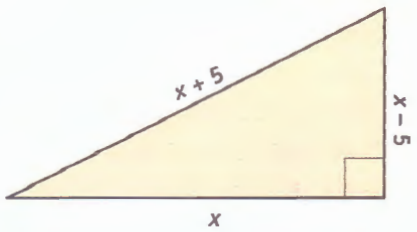
.....

.....

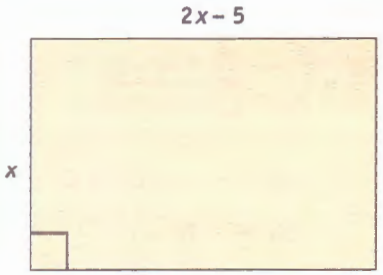
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

24 Hallen el valor de x en cada una de las siguientes figuras utilizando la información dada. (Las longitudes están expresadas en centímetros y las áreas en centímetros cuadrados; P : perímetro; A: área).

a)

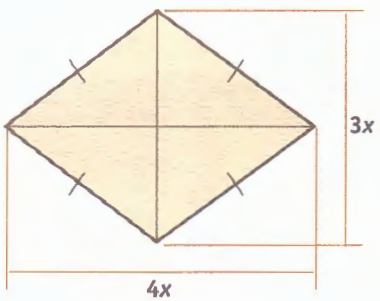


b)



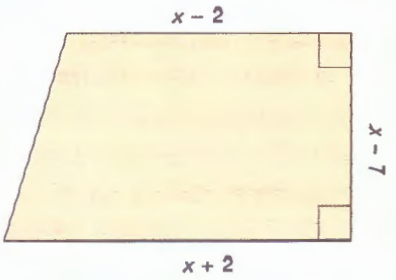
$A = 150$

c)



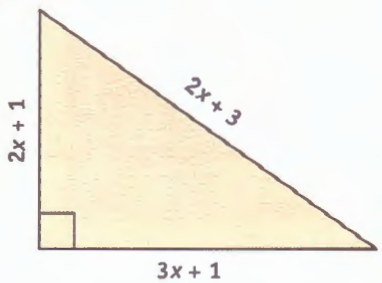
$P = 20$

d)

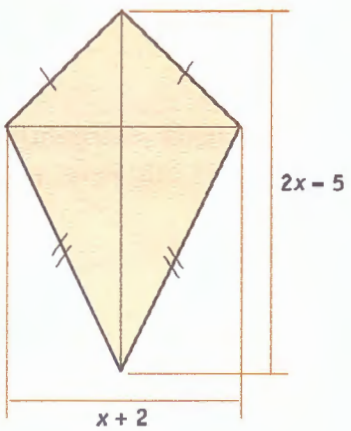


$A = 60$

e)



f)



$A = 90$

25 Un agricultor tiene un resto de 100 t de granos que puede vender a \$190 la tonelada. Sabe que por cada \$10 que aumente el precio, vende 5 t menos.

a) Si por la venta de granos cobró \$18 700, ¿cuántas toneladas le quedaron?

b) ¿A qué precio vendió la tonelada?

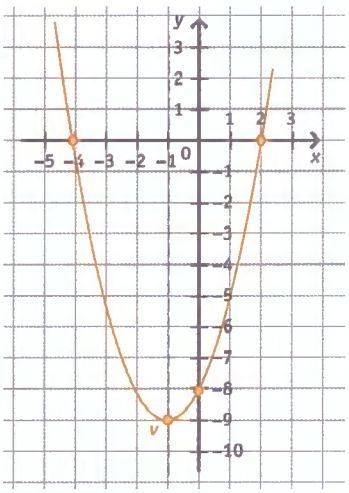
a) ¿Cuánto hubiera recibido por la venta de 90 t?

© Aique Grupo Edior S. A. Prohibida su reproducción.

Construcción de la gráfica de una función cuadrática

Para observar

Para graficar la función $f(x) = x^2 + 2x - 8$, podemos proceder así:



- Hallamos sus raíces aplicando la fórmula.

$$x_1; x_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, (-8)}}{2 \,.\, 1}$$

$$x_1 = 2 \qquad x_2 = -4$$

- Encontramos la ecuación del eje de simetría, que pasa por la abscisa del vértice, promediando las raíces (ya que estas equidistan del eje).

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$x = -1 \rightarrow$ ecuación del eje

$x_v = -1 \rightarrow$ abscisa del vértice

- Calculamos la ordenada del vértice.

$y_v = f(x_v) = (-1)^2 + 2 \,.\, (-1) - 8 = -9$

$\Rightarrow v = (-1; -9) \rightarrow$ coordenadas del vértice

- Calculamos la ordenada al origen que es la imagen del 0. (Recuerden que es la ordenada del punto de intersección de la curva con el eje de ordenadas).

$$f(0) = 0^2 + 2 \,.\, 0 - 8 = -8$$

- Marcamos los puntos que obtuvimos y trazamos la gráfica aproximada.

26 Consideren la fórmula resolvente de la ecuación cuadrática.

a) Demuestren que la ordenada del vértice también puede obtenerse aplicando la fórmula $x_v = -\frac{b}{2a}$.

b) Utilicen la fórmula hallada en a) para calcular las coordenadas del vértice de las siguientes funciones.

I. $f(x) = -x^2 + 3x - 10$

II. $g(x) = 2x^2 + 1$

III. $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3$

27 Grafiquen las siguientes funciones cuadráticas. Indiquen de cada una: la ecuación de su eje de simetría, las coordenadas del vértice, las raíces reales (si las tiene) y la ordenada al origen.

a) $y = x^2 - 2x + 1$

b) $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

c) $y = x^2 - x - 6$

d) $y = x^2 - 2x + 9$

e) $y = -x^2 + 7x$

f) $y = x^2 - 9x$

g) $y = 2x^2 - 8$

h) $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

El discriminante

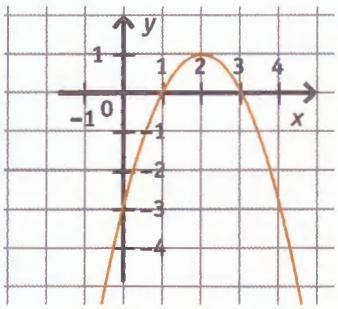
Para observar

Se llama *discriminante* a la expresión $b^2 - 4ac$, y se lo simboliza con la letra mayúscula griega Δ (delta).

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

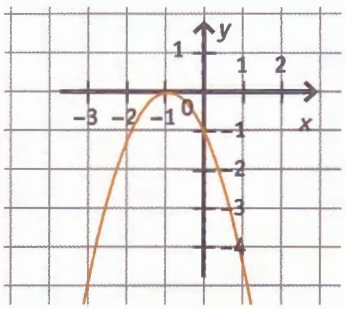
En la fórmula de una función cuadrática, pueden presentarse tres situaciones:

La función *tiene dos raíces reales distintas*, y su gráfica *corta* el eje x en *dos puntos*.



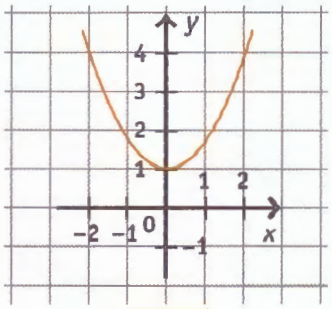
$\Delta > 0$

La función *tiene una sola raíz real*, y su gráfica *tiene un solo punto de contacto* con el eje x.



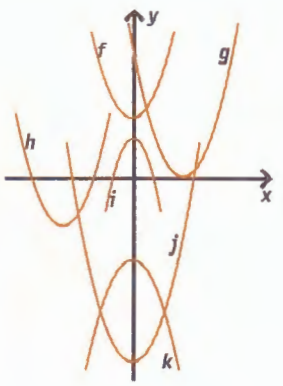
$\Delta = 0$

La función *no tiene raíces reales*, y su gráfica *no tiene contacto* con el eje x.



$\Delta < 0$

28 Observen el gráfico e indiquen cuáles son las curvas que corresponden a las funciones cuadráticas cuyo discriminante es:



a) nulo.

b) negativo.

c) positivo.

29 Sin calcular sus raíces, indiquen la cantidad de soluciones reales (dos, una o ninguna) de cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas.

a) $x^2 + 2x - 1 = 0$
b) $8x^2 - 3x + 1 = 0$
c) $5x^2 + 3 = 0$
d) $9x - 12x^2 + 12 = 0$
e) $x^2 - 5x + 2 = 0$
f) $4 - 4x + x^2 = 0$
g) $1 - 9x^2 = 0$
h) $4 + 4x^2 = 0$
i) $x^2 - 2x + 1 = 0$
j) $3 - x^2 + x = 0$
k) $25x^2 + 2x + 0{,}04 = 0$
l) $0{,}5 + 0{,}5x^2 = 0$

30 Hallen los posibles valores de k para que las ecuaciones propuestas cumplan la condición pedida en cada caso.

Ninguna solución real	Única solución	Dos soluciones reales distintas
a) $x^2 + kx = 0$	c) $x^2 + kx + 4 = 0$	e) $x^2 + kx + 6 = 0$
b) $3x^2 - x + k = 0$	d) $3x^2 - 6x + k = 0$	f) $0{,}5x^2 - x - k = 0$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Forma factorizada y canónica de la función cuadrática

Para leer y recordar

Una función cuadrática con raíces x_1 y x_2, ya sean *reales, iguales* o *distintas,* o *complejas conjugadas,* tiene una fórmula que puede expresarse en *forma factorizada,* así:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f(x) = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$$

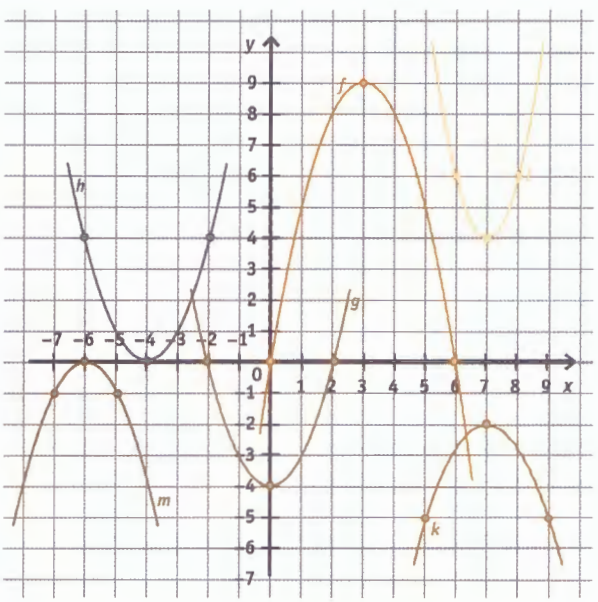
Si conocemos las coordenadas del vértice de una función cuadrática, su fórmula puede expresarse en *forma canónica* así:

$$f(x) = a\,(x - x_v)^2 + y_v$$

x_v: abscisa del vértice

y_v: ordenada del vértice

31 Completen la tabla con las fórmulas de cada una de las funciones que se representan en el siguiente gráfico.



	Forma factorizada	Forma canónica
$f(x)$		
$g(x)$		
$h(x)$		
$k(x)$		
$l(x)$		
$m(x)$		

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Relaciones entre las raíces y los coeficientes

Para leer y recordar

Las raíces x_1 y x_2 de una función cuadrática se relacionan con los coeficientes a, b y c de su *fórmula polinómica* mediante las siguientes expresiones.

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftrightarrow x_1 + x_1 = \frac{-b}{a} \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

32 Hagan los cálculos necesarios y completen el cuadro.

Expresión polinómica	Expresión factorizada	a	b	c	x_1	x_2
		1	2	−3		
		−2			3	−4
	$2(x - 2)(x + 1)$					
				5	−1	−1
		4			4	−4
			−3		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

33 Hallen la expresión polinómica de la función de segundo grado que cumple con las condiciones indicadas en cada caso.

a) La suma de las raíces es 5; el producto de ambas es 6 y tiene ordenada al origen 3.

b) La ordenada al origen es −1; la suma de las raíces es 4 y el producto es 2.

c) El coeficiente principal es 1; la suma de las raíces es 3 y el producto es 0.

34 Hallen la expresión de la función de segundo grado que cumple con las condiciones pedidas en cada caso y grafíquenla.

a) Su gráfico pasa por el punto (1; −1); su eje tiene ecuación $x = -2$ y la ordenada del vértice es 3.

b) El vértice es el punto (1; 2) y su ordenada al origen es 3.

c) Una raíz es 4 y la otra es 0; el vértice es (2; −4).

35 Demuestren las fórmulas que relacionan los coeficientes con las raíces de la función cuadrática.

36 El área de un rectángulo es 8 cm^2, y su perímetro, 12 cm. Escriban la fórmula de una función cuadrática cuyas raíces sean las medidas de los lados del rectángulo.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Problemas con máximos y mínimos

Para leer y recordar

Muchas veces se presenta, en la resolución de un problema, la necesidad de encontrar un valor *máximo* o *mínimo* que sea solución de la situación planteada.
En muchos de los casos en que una función cuadrática es la interpretación matemática de la situación real, estas soluciones se encuentran identificando el vértice de la parábola.

37 En el circo Mundo Rodante actúa el malabarista Evaristo. La fórmula que permite calcular la altura en función del tiempo que alcanzan los objetos que lanza Evaristo en su número es: $D(t) = 4{,}5t - 2{,}25t^2 + 0{,}75$ (donde D es la altura medida desde el piso, en metros, y t es el tiempo, en segundos, tomado a partir del instante en el que el objeto es lanzado).

a) Confeccionen el gráfico de la función.

b) Busquen las coordenadas del vértice.

c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por los bolos que lanza Evaristo?

d) ¿Desde qué altura son lanzados?

38 En una guardería infantil, se desea construir un corralito para que los bebés permanezcan en su interior jugando. El perímetro del corralito rectangular debe ser de 20 m exactos, y se desea que su superficie sea la máxima posible. ¿Cuáles deben ser las medidas del corralito?

39 La empresa La Santiagueña S. A. es una importante productora de cestos de mimbre del mercado nacional. El costo promedio (en pesos) por unidad al producir una cantidad x de cestos es $C(x) = 20 - 0{,}06x + 0{,}0002x^2$.

a) ¿Qué número de cestos producidos minimizaría el costo promedio?

b) ¿Cuál sería el costo promedio si se produjera dicha cantidad?

40 ¿Cuál es la ganancia máxima G (en pesos) obtenida por fabricar y vender x unidades de cierto producto si su función de ganancia está dada por: $G(x) = 60x - x^2$?

.....

41 ¿Cuáles son las medidas de un terreno rectangular de área máxima que puede cercarse con sólo 500 m de alambre?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Crecimiento y decrecimiento

42 Confeccionen la gráfica para cada una de las siguientes funciones cuadráticas y luego completen la tabla.

a) $f(x) = x^2 - 2x - 8$

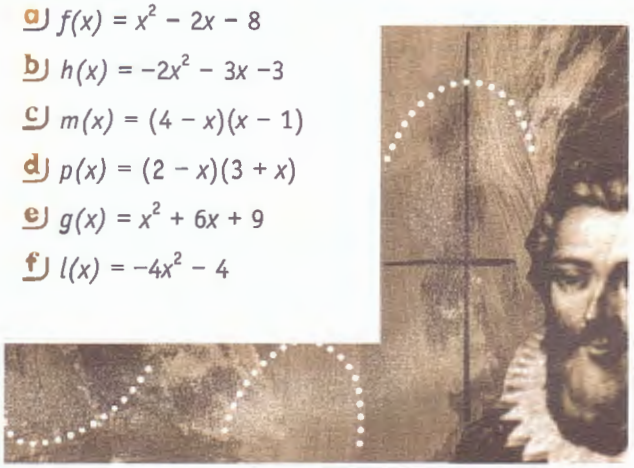
b) $h(x) = -2x^2 - 3x - 3$

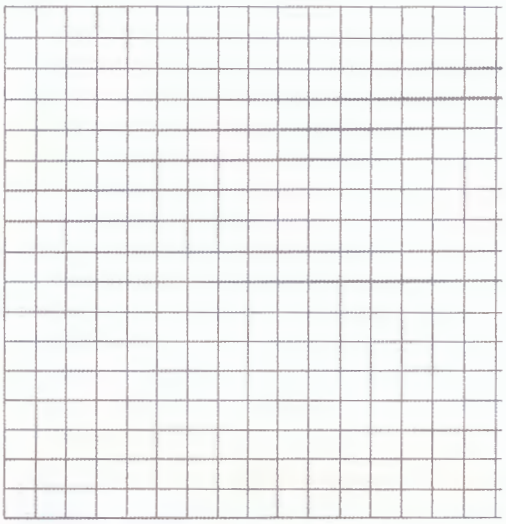
c) $m(x) = (4 - x)(x - 1)$

d) $p(x) = (2 - x)(3 + x)$

e) $g(x) = x^2 + 6x + 9$

f) $l(x) = -4x^2 - 4$





Función	Ceros	Intervalo de crecimiento	Intervalo de decrecimiento	Máximo	Mínimo
$f(x)$	4 y −2	(1; +∞)	(-∞; 1)	No tiene	−9

43 Analicen los gráficos que hicieron en la actividad anterior y completen las frases.

a) Una función cuadrática con coeficiente principal positivo es decreciente para valores del dominio menores que la abscisa del vértice y es ..... para los mayores.

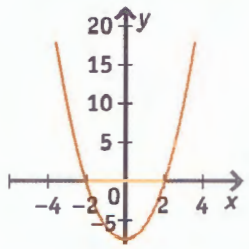
b) Si una función cuadrática es creciente para los valores de x que están a la izquierda de su eje, entonces su coeficiente principal es ..... .

c) Toda función cuadrática que decrece para los valores de x que están a la derecha de su eje de simetría es ..... para los valores de x que están a la izquierda de su eje.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

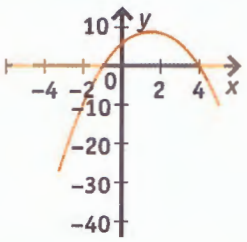
Intervalos de positividad e intervalos de negatividad

Para observar



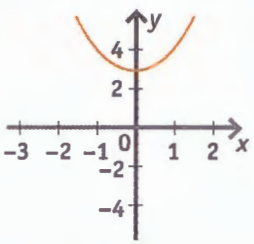
$C^+ = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$C^- = (-2; 2)$



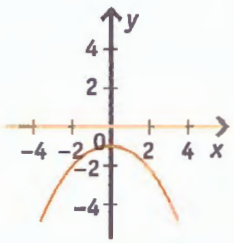
$C^+ = (-1; 4)$

$C^- = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$



$C^+ = \mathbb{R}$

$C^- = \emptyset$

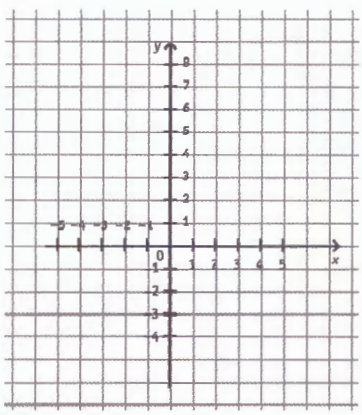


$C^+ = \emptyset$

$C^- = \mathbb{R}$

44 En cada una de las siguientes funciones cuadráticas, hallen las raíces reales, si es que las tienen, hagan un gráfico aproximado (para esto tengan en cuenta el signo del coeficiente principal) y escriban el conjunto de positividad y el de negatividad.

a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$



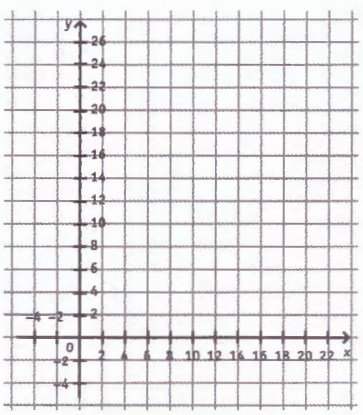
$x_1 =$ .....

$x_2 =$ .....

$C^+ =$ .....

$C^- =$ .....

b) $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 5x + 25$



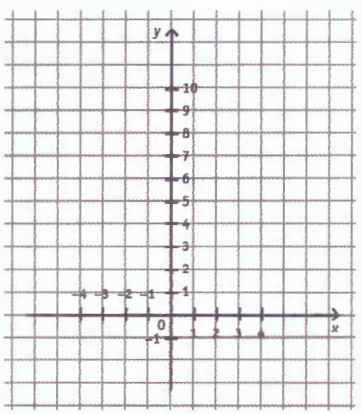
$x_1 =$ .....

$x_2 =$ .....

$C^+ =$ .....

$C^- =$ .....

c) $h(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2$



$x_1 =$ .....

$x_2 =$ .....

$C^+ =$ .....

$C^- =$ .....

45 Hallen los conjuntos de positividad y de negatividad de cada una de las siguientes funciones.

a) $f(x) = x^2 + 4x$ **b)** $g(x) = 2x - x^2 - 1$ **c)** $h(x) = x^2 + 5x + 6$ **d)** $k(x) = x^2 - 3x - 6$

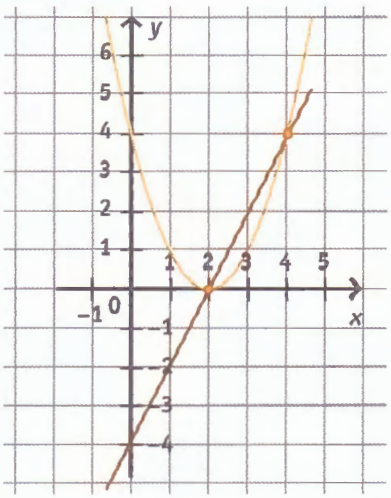
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Sistemas mixtos de dos ecuaciones

Para observar

Vamos a resolver el siguiente *sistema mixto* de dos ecuaciones, una cuadrática y una lineal, con dos incógnitas:

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 4 \\ y = 2x - 4 \end{cases}$$



Es útil tener presente que gráficamente el sistema está representado por una parábola y una recta, y "resolverlo" significa encontrar las coordenadas del o de los puntos de intersección entre ambas gráficas, cuando estos existan.

Algebraicamente, podemos proceder así:

- Igualamos las ecuaciones. → $x^2 - 4x + 4 = 2x - 4$
- Resolvemos la ecuación cuadrática resultante (aplicamos la fórmula resolvente). → $x^2 - 6x + 8 = 0$ → $x_1 = 4 \quad x_2 = 2$
- Calculamos el valor de y que corresponde a cada uno de los valores de x (reemplazamos los valores de x que obtuvimos en cualquiera de las ecuaciones). → $y_1 = 4 \quad y_2 = 0$
- Las soluciones del sistema de ecuaciones son: → (4; 4) y (2; 0)
- Comprobamos ambas ecuaciones y verificamos la ubicación de los puntos en el gráfico. →

$$\begin{cases} 4 = 4^2 - 4 \cdot 4 + 4 \\ 4 = 2 \cdot 4 - 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} 0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 \\ 0 = 2 \cdot 2 - 4 \end{cases}$$

46 Resuelvan los siguientes sistemas y represéntenlos gráficamente.

a) $\begin{cases} y = 3x^2 + 6x + 3 \\ y = x - 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = -x^2 + x \\ y = x + 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = x^2 + 3x - 4 \\ y = 5x - 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y = 5x^2 + 15x \\ y = x \end{cases}$

47 Resuelvan el sistema de ecuaciones determinado por la parábola de vértice $V = \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ que tiene una de sus raíces en el origen de coordenadas, y la recta que contiene a los puntos $A = (3; 0)$ y $B = (0; 3)$.

.....

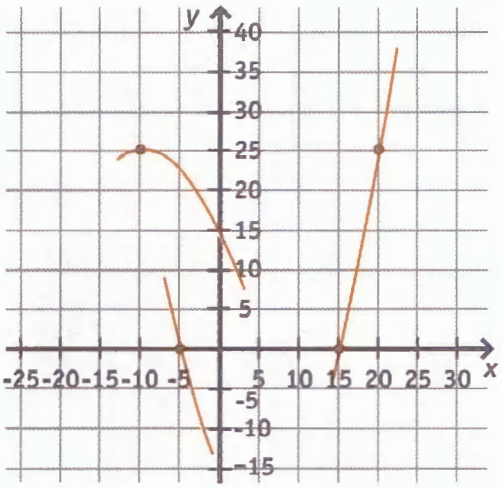
.....

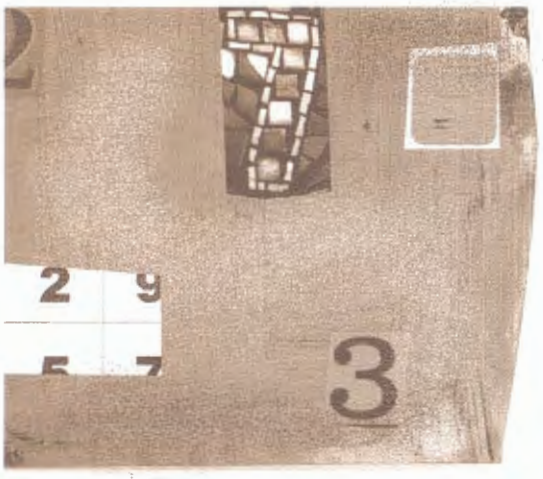
.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Sistemas de dos ecuaciones cuadráticas

48 El siguiente gráfico muestra dos parábolas a las que se les ha borrado parte de la curva.





a) Escriban la ecuación de la función cuadrática asociada a cada una.

b) Busquen analíticamente los puntos de contacto entre ambas y completen el gráfico borrado.

49 Hallen analíticamente y verifiquen en forma gráfica las soluciones de estos sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 - x + 4 \\ y = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = \frac{1}{4}(x-6)^2 + 4 \\ y = \frac{1}{10}(x-2)(x-10) \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = (x-2)^2 + 1 \\ y = (x-10)^2 + 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = 2(x-5)^2 - 32 \\ y = 2(x+1)(x+9) \end{cases}$

e) $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 9 \\ y = 3x^2 - 24x - 48 \end{cases}$

f) $\begin{cases} y = (x-4)^2 \\ y = -\frac{(x-4)^2}{x-4} \end{cases}$

50 Construyan en cada caso un sistema de dos ecuaciones cuadráticas que cumplan las siguientes condiciones.

a) Se intersequen en los puntos (1; 0) y (2; 2).

b) No se intersequen.

c) Se intersequen solamente en el vértice, que debe ser común y coincidir con el origen de coordenadas.

d) Se intersequen solamente en un punto que no sea el vértice.

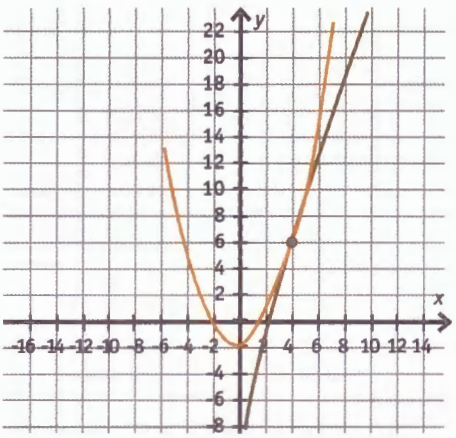
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Recta tangente a una parábola

Para observar

La recta de ecuación $y = 4x - 10$ es *tangente* a la parábola de ecuación $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$, porque al resolver analíticamente el sistema mixto $\begin{cases} y = 4x - 10 \\ y = \frac{1}{2}x^2 - 2 \end{cases}$ se obtiene una sola solución: $S = \{(4; 6)\}$

La interpretación geométrica es que las gráficas de ambas funciones tienen contacto en un solo punto.



Si al resolver el sistema mixto hallamos dos soluciones, la recta es *secante*.

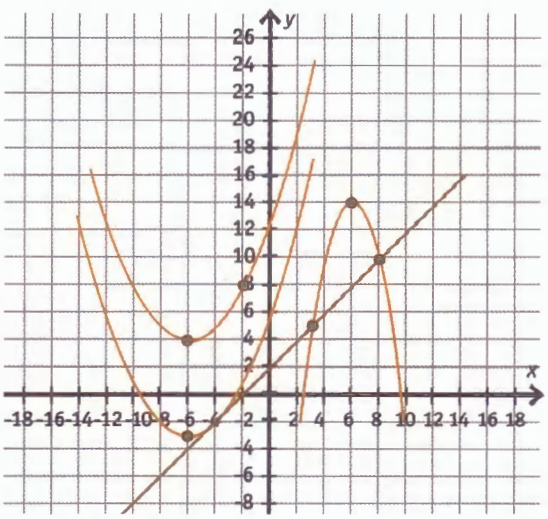
Si no encontramos solución, la recta es *exterior*.

51 Observen el gráfico y determinen un sistema mixto que cumpla con la condición pedida en cada caso.

a) La recta sea tangente a la parábola.

b) La recta sea secante a la parábola.

c) La recta sea exterior a la parábola.



52 Indiquen cuáles de las siguientes rectas son tangentes a la parábola de ecuación $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4$.

a) $y = -2x + 5$

b) $y = 2x - 11$

c) $y = -3x + 3$

d) $x = 12$

e) $y = -2x + 4$

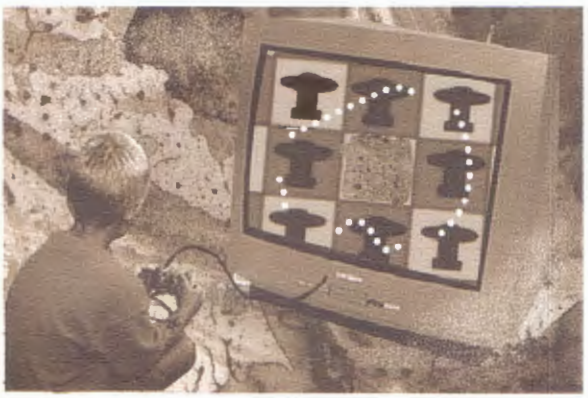
f) $y = 1$

© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

53 Un grupo de amigos planea salir de vacaciones. Pagarán, por partes iguales, $600 cada uno por el alquiler de una combi. Si Gustavo y Mariano se sumaran al grupo, cada uno debería pagar $80 menos que antes. ¿Cuántos amigos planean viajar?

.....

54 Luis tiene un juego de simulación de vuelos en su computadora, que muestra en pantalla la fórmula de la trayectoria de distintas naves.
Un helicóptero se desplaza con una trayectoria dada por $f(x) = -2x^2 + 2px - 40\,000$, y la fórmula que describe la trayectoria de un avión es $g(x) = 20\,000 - 400x$.
¿Qué valores puede tomar p para que el avión y el helicóptero no colisionen?



55 En la diagramación de un diario escolar, se eligió utilizar 700 cm^2 de papel para cada página. Se necesita que el largo sea 15 cm mayor que el ancho. ¿Cuáles son las medidas de la página que cumplen estas condiciones?

.....

56 Hallen las dimensiones de un rectángulo de 40 cm^2 de área sabiendo que su altura es 3 cm menor que la base.

.....

57 Considerando que las siguientes ecuaciones pueden formar un sistema, calculen qué valor o qué rango de valores podría tomar el número k para que el sistema tenga:

a) una única solución.

b) dos soluciones distintas.

c) ninguna solución.

I. $\begin{cases} y = x^2 + 10 \\ y = kx^2 + 2x \end{cases}$ II. $\begin{cases} y = 4x^2 - kx + 3 \\ y = -x^2 - 3x + k \end{cases}$

58 Resuelvan gráfica y analíticamente los siguientes sistemas de ecuaciones.

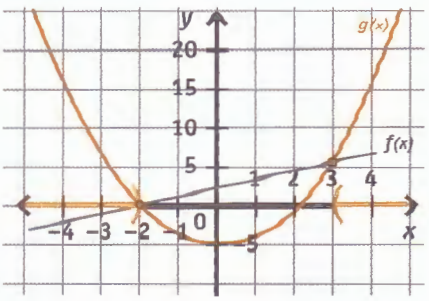
a) $\begin{cases} y = x^2 + 3x \\ y = -x^2 + x + 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 0{,}5x^2 - 4x \\ y = -2x^2 + 2x + 8{,}5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 2 - 0{,}5x^2 \\ y = 3x^2 + x + 4 \end{cases}$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Inecuaciones cuadráticas

Para observar

Para resolver una inecuación cuadrática como $x + 2 < x^2 - 4$, es útil construir el gráfico de las dos funciones involucradas: $f(x) = x + 2$ y $g(x) = x^2 - 4$. Así, el conjunto solución de la inecuación será el intervalo de valores para los cuales observamos que la gráfica de $f(x)$ está "por debajo" de la gráfica de $g(x)$. Si hallamos analíticamente las coordenadas de los puntos de intersección entre ambas gráficas, podremos luego fácilmente escribir el conjunto solución de la inecuación planteada.



$S = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$

59 Resuelvan las siguientes inecuaciones cuadráticas.

a) $x^2 - 20 > -3x + 20$

b) $3x^2 - 5 \leq 20 - 6x^2$

c) $2x^2 - 6x + 4 < 4 - x$

d) $x^2 + 5 \leq 7x - 5$

e) $-3x^2 - 3x + 4 \leq 2x - 4$

f) $6x^2 + 3x < 6 - 2x$

g) $-2x^2 - 2x + 7 \leq -8 - x$

h) $3x^2 - x + 4 > -x^2 + x - 8$

60 La inmobiliaria Pérez y Pérez tiene una ganancia G (en miles de pesos) que puede calcularse en función del tiempo t (en meses) mediante la fórmula: $G(t) = 28t - 48 - 2t^2$ (para $t \in [2; 12]$).
La competencia está representada por la inmobiliaria Arquímedes, cuya función de ganancia es: $A(t) = 40 - 2t$ para $(t \in [0, 20])$.

a) Representen ambas funciones en el mismo gráfico.

b) Analicen la situación y contesten a las siguientes preguntas.

I. ¿En qué mes logra Pérez y Pérez su máxima ganancia? ¿Cuál es dicha ganancia?

II. ¿En qué meses la ganancia de Arquímedes es inferior a la de su competidor?

III. ¿En qué período de tiempo Pérez y Pérez incrementa su ganancia? ¿Qué sucede en esa época con Arquímedes?

IV. ¿Cuándo tienen la misma ganancia?

© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

Libre competencia de mercado

Para analizar algunas situaciones relacionadas con la compra y la venta de ciertos bienes, algunos economistas utilizan un modelo llamado de *libre competencia* en el que se supone que ninguno de los compradores o vendedores influye particularmente en la regulación del mercado. Desde este enfoque, se definen las *funciones de oferta* y las *funciones de demanda*. Dichas funciones describen cómo varía la cantidad de unidades ofrecidas o demandadas, respectivamente, de un cierto bien, en relación con el precio.

61 Tomemos el caso de la distribuidora de cosméticos Tua Pelle.

Consideremos, como ejemplo, una mercancía cuya función de oferta está dada por: $O(p) = 0{,}5\ p^2 - 10$, siendo O la cantidad de productos ofrecidos en miles de unidades y p su precio en pesos, por unidad.

Durante el verano, la función de demanda que describe el comportamiento del mercado responde a la fórmula: $D(p) = 100 - 0{,}3\ p^2$, siendo D la cantidad de productos demandados en miles de unidades y p su precio en pesos, por unidad.

a) Representen en el gráfico las funciones O y D para valores positivos de todas las variables.

b) El *precio de equilibrio*, en un mercado de libre competencia, es el correspondiente al punto donde ambas curvas se cruzan. Averigüen las coordenadas de dicho punto y respondan a las siguientes preguntas.

I. ¿Cuál es el precio de equilibrio para este bien?

.....

II. ¿Cuál es la cantidad que se ofrece a dicho precio?

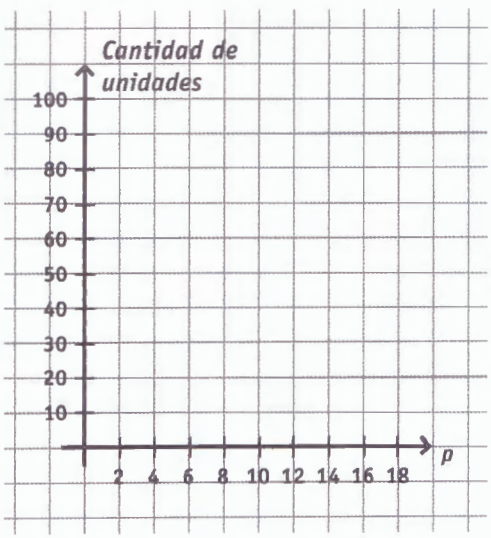
.....

III. ¿Para qué precios la oferta supera la demanda?

.....

IV. ¿Para qué precios la demanda supera la oferta?

.....



© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

El cine y las persecuciones

En muchas películas de acción, hemos visto infinidad de "persecuciones" entre vehículos. La mayoría de ellas termina cuando "los malos perseguidos" son atrapados por "los buenos".
Los físicos llaman *problemas de encuentro* al planteo de diversos interrogantes relacionados con este tipo de situaciones. La resolución de estos problemas, en muchos casos, se reduce al planteo de un sistema en el cual las ecuaciones involucradas son las que describen la posición de cada uno de los móviles en función del tiempo, llamadas *ecuaciones horarias*.
La solución indica el punto de encuentro de los vehículos.

62 En una escena de una película, una patrulla de caminos está al costado de la ruta bajo la sombra de un árbol mientras controla el tránsito. En determinado momento, aparece un auto deportivo viajando a gran velocidad por la ruta. Los agentes salen a perseguirlos en el instante en que el auto pasa junto a ellos.
Supongan que la ecuación de movimiento del auto deportivo es $x(t) = 6t$ (x en kilómetros y t en minutos) y que el patrullero se desplaza según la ecuación $x(t) = 5t^2 + t$ (x en kilómetros y t en minutos).

a) Planteen y resuelvan el sistema de ecuaciones correspondiente.

.....

b) Contesten a las siguientes preguntas.

I. ¿Cuánto tiempo dura la persecución?

.....

II. ¿Cuántos kilómetros viaja la patrulla hasta alcanzar el auto deportivo?

.....

III. ¿Tienen sentido los dos puntos de contacto entre ambas gráficas, en este problema? ¿Por qué?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

MÁS ACTIVIDADES

63 Hallen la fórmula de la única función cuadrática que cumple con las condiciones pedidas en cada caso.

a) Sus raíces son 2 y –4, y su ordenada al origen es 4.

b) $f(-5) = f(3) = 0$, y su conjunto imagen es $[-8; +\infty)$.

c) Es simétrica respecto de la recta $x = 4$, su máximo es $f(4) = 5$, y se anula en el origen de coordenadas.

64 Encuentren el o los valores que puede tomar k para que se cumpla la condición enunciada en cada caso.

a) $f(x) = x^2 + kx + 9$ tiene una sola raíz real.

b) $f(x) = 4kx^2 + (2k + 6)x + 3$ tiene uno de sus ceros en $x = -2$.

c) $f(x) = kx^2 - 6x + 9$ no tiene raíces reales.

65 Hallen los valores de m y n para que la ecuación $mx^2 + n = 0$ tenga:

a) dos raíces reales distintas.

b) ninguna raíz real.

c) una raíz real doble.

66 Hallen los valores de r y t, en caso de ser posible, para que la ecuación $rx^2 + tx = 0$ tenga:

a) dos raíces reales distintas.

b) ninguna raíz real.

c) una sola raíz real.

67 Representen gráficamente las siguientes funciones.

a) $y = -3(x + 2)^2 + 12$

b) $y = 5x^2 - 24x - 5$

c) $y = -6x^2 + 12x$

68 En una finca, la producción de arroz se calcula mediante la fórmula:
$P(x) = x(200 - x)$, que permite obtener la producción P en toneladas, en función de la densidad x expresada en cantidad de plantas sembradas por metro cuadrado.

a) ¿Cuál es la densidad de plantas que propicia la máxima producción?

b) Considerando que para no alterar la calidad del alimento no se deben sembrar más de 80 plantas de arroz por metro cuadrado, ¿cuál es la producción máxima posible si se respeta esta restricción? ¿Es posible obtener este dato calculando las coordenadas del vértice?

69 Consideren la función de la forma $f(x) = (x - h)^2$.

a) Representen gráficamente las cinco funciones que se obtienen asignando a h los valores: 0, 1, 2, –2 y –3.

b) Observen atentamente los gráficos y respondan a las siguientes preguntas.

I. ¿Cuál es el desplazamiento que produce, en la parábola, un valor positivo de h?

II. ¿Cuál es el desplazamiento que produce, en la parábola, un valor negativo de h?

70 Resuelvan gráfica y analíticamente los siguientes sistemas.

a) $\begin{cases} -2x + y + 4 = x(x - 5) \\ x + y = 3x - 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y + 2x = x(6 - x) \\ y + x = -2x + 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x^2 - 2(x + 1) + 3 = y - 2x - 2 \\ 3y - 6 = 3(x - 1) \end{cases}$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

71 Juan dice que empezó a resolver un sistema mixto de ecuaciones y perdió los datos originales, aunque llegó a esta etapa:
$(y + 4)^2 + 13(y + 4) - 38 = y - 19$

a) Encuentren el sistema mixto perdido y resuélvanlo analíticamente.

b) ¿Puede haber más de una solución?

72 El producto de dos números enteros consecutivos es 156. ¿Cuáles pueden ser esos números?

73 Despreciando la resistencia del aire, la altura h (en metros) de un cuerpo en tiro vertical, para un instante t (en segundos) puede calcularse con la expresión, $h(t) = h_0 + v_0 t - 4{,}9t^2$, donde v_0 es la velocidad inicial (en m/seg) y h_0 es la altura inicial desde la cual comienza el movimiento (en metros).

a) Una pelota de fútbol es pateada desde el suelo hacia arriba con una velocidad inicial de 19,6 m/s.

I. Encuentren el instante en que alcanza la altura máxima.

II. Calculen la altura máxima.

III. Encuentren el momento en que toca el piso nuevamente.

IV. Encuentren los instantes en que alcanza una altura de 14,7 m.

b) La pelota de fútbol es pateada desde la azotea de un edificio de 100 m de altura con la velocidad inicial anterior.

I. Encuentren el instante en que alcanza la altura máxima.

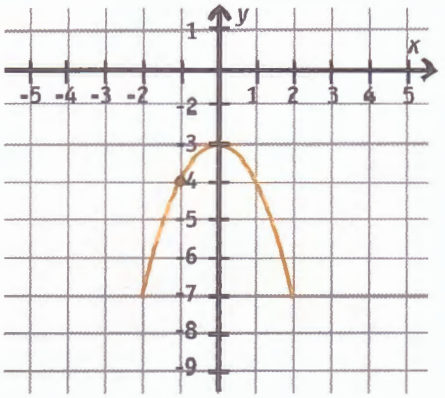
II. Calculen la altura máxima.

III. Encuentren el momento en que toca el piso nuevamente.

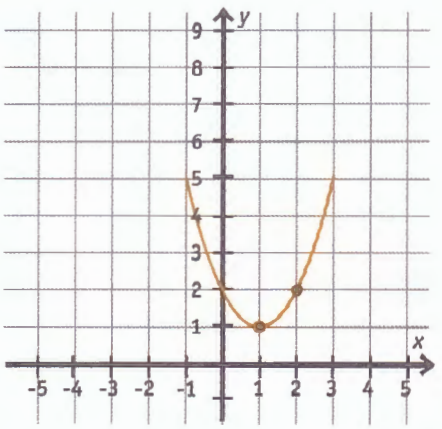
IV. Encuentren el instante en que se encuentra a 75,5 m del suelo.

74 Hallen las raíces complejas de las funciones cuadráticas graficadas.

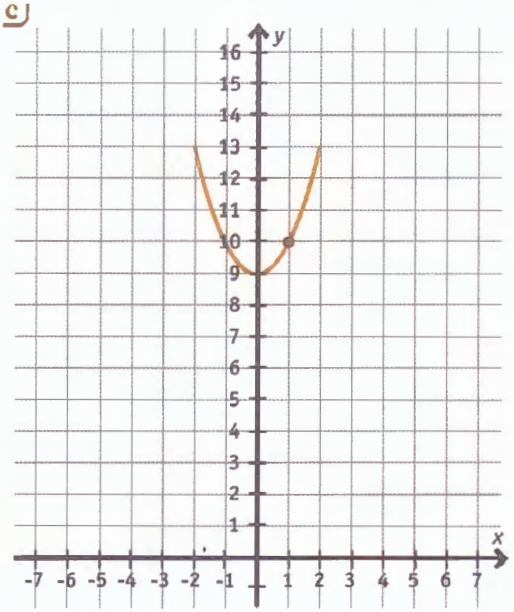
a)



b)

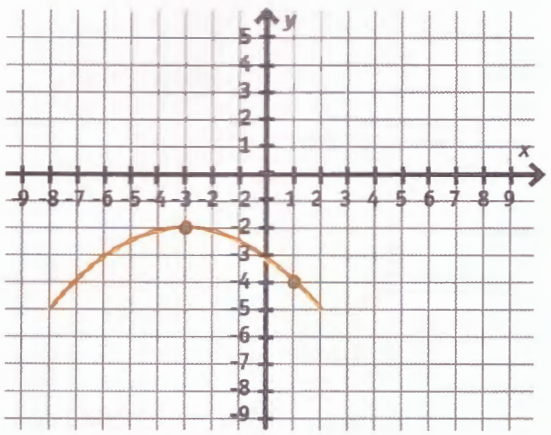


c)



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

d)



75 Sombreen la región del plano que cumpla las siguientes condiciones:

a) $y \leq x^2 - 1$

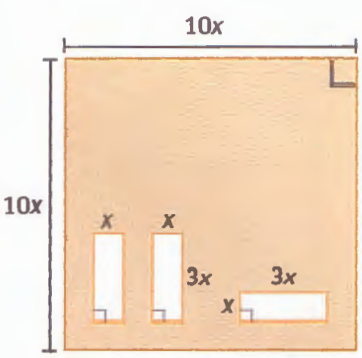
b) $y \geq x - x^2$

c) $y > x^2 + 2x + 1$

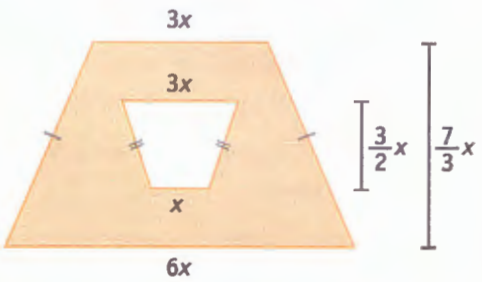
d) $y < 9 - x^2$

76 Escriban, en función de x, la expresión canónica que permite encontrar el área sombreada de cada figura.

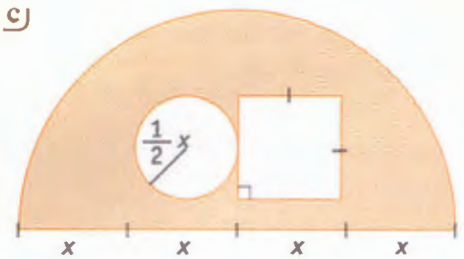
a)



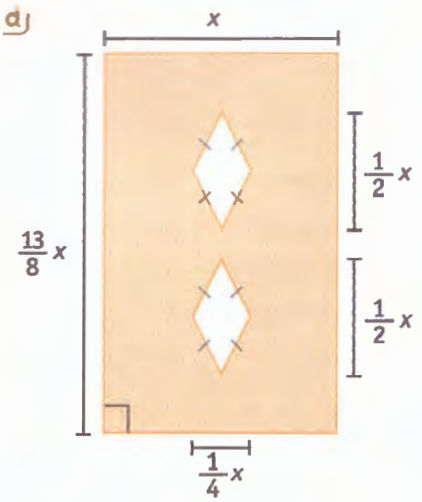
b)



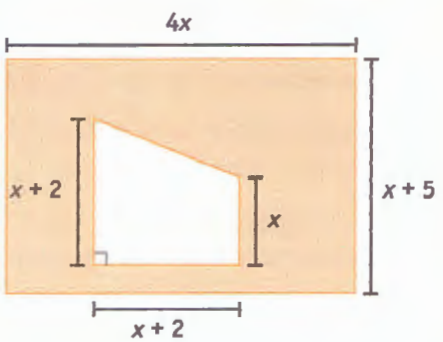
c)



d)



e)



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

AUTOEVALUACIÓN

Marquen la opción correcta.

1 Si una función cuadrática no tiene ceros y su coeficiente principal es negativo, entonces:

- a) su conjunto imagen contiene sólo valores positivos.
- b) el vértice puede estar en el primer o en el segundo cuadrante.
- c) la ordenada al origen es negativa.
- d) su eje de simetría debe coincidir con el eje de ordenadas.

2 La ecuación $ax^2 + bx = 0$ (con $a \neq 0$ y $b \neq 0$) tiene soluciones reales:

- a) siempre.
- b) sólo si a es positivo.
- c) sólo si b es positivo.
- d) sólo si a y b son opuestos.

3 La gráfica de $f(x) = ax(x + b)$ (con $a \neq 0$ y $b \neq 0$):

- a) corta el semieje positivo de las ordenadas.
- b) tiene un mínimo en $x = -\frac{b}{2a}$ para cualquier valor de a y b.
- c) corta el eje x en 2 puntos.
- d) no corta el eje x.

4 Se arroja una pelota desde un puente. La altura y (en metros) alcanzada por la pelota en función del tiempo x (en segundos) responde a la fórmula $y = -4{,}9x^2 + 14{,}7x + 19{,}6$ entonces:

- a) el puente tiene una altura de 14,7 m.
- b) la máxima altura que alcanza la pelota es aproximadamente 30,63 m.
- c) a los 2 segundos de haber sido lanzada, la pelota alcanza la altura máxima.
- d) la pelota tarda 19,6 segundos en tocar el suelo.

5 Los números que verifican la ecuación cuadrática $x^2 + 3x + 2 = 0$ son:

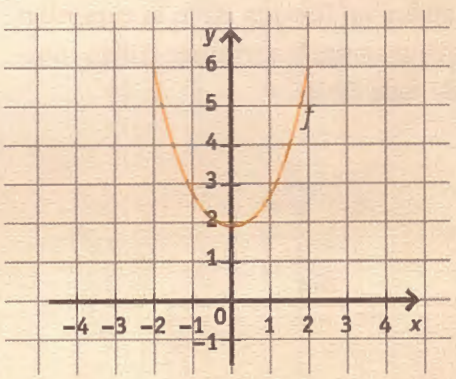
- a) 1 y 2.
- b) −1 y −2.
- c) 1 y −2.
- d) −1 y 2.

6 Si el vértice de una parábola es el punto $(-2; 3)$ y su coeficiente principal es negativo, entonces su conjunto imagen es:

- a) $[3; +\infty)$
- b) $(-\infty; 3]$
- c) $[-2; +\infty)$
- d) $[-\infty; -2)$

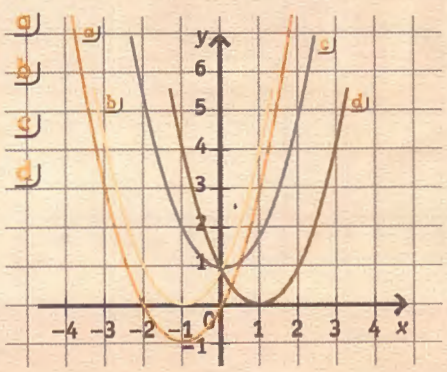
7 La fórmula de la función f representada en la figura es:

- a) $f(x) = x^2 + 2$
- b) $f(x) = -x^2 + 2$
- c) $f(x) = x^2 + 2x$
- d) $f(x) = -x^2 + 2x$



8 La curva que representa a la función $f(x) = x^2 + 2x + 1$ es:

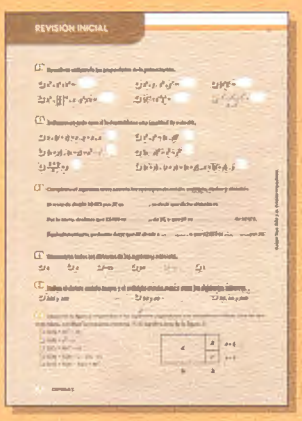
- a)
- b)
- c)
- d)



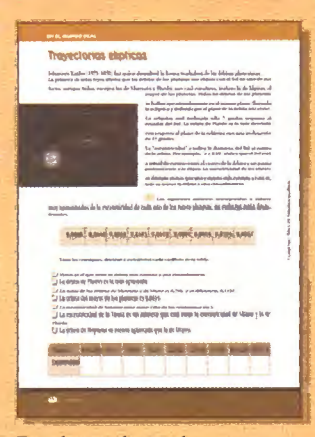
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Cómo son estos cuadernillos

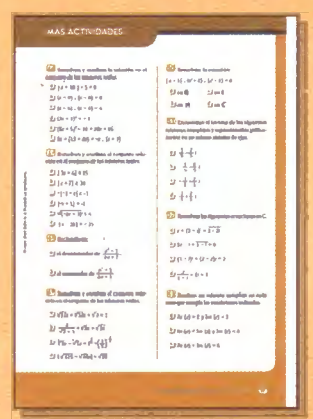
Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.



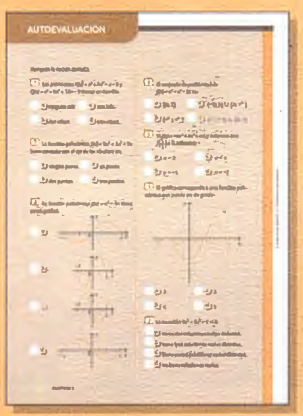
Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.



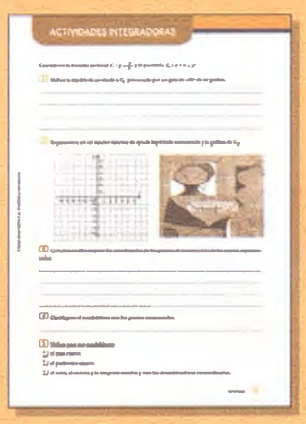
En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados a aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.



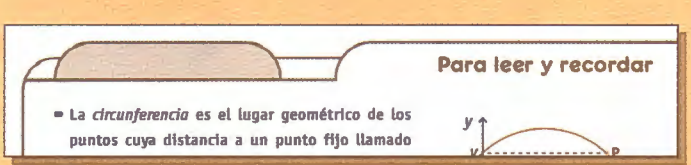
Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.



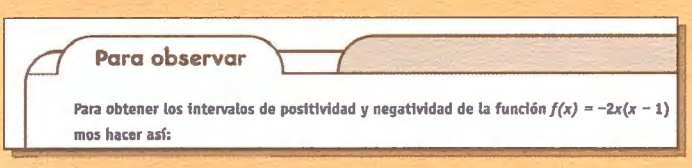
Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.



Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 3 y 5, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.



Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).



Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.

AIQUE